

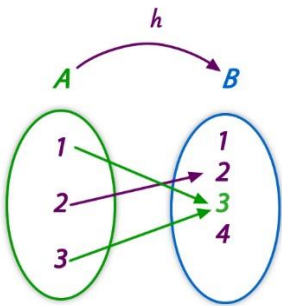
PLAN DE APRENDIZAJE REMOTO

FICHA DE TRABAJO N°1					
MATEMÁTICA					
NOMBRE ALUMNO/A				FECHA	
MODALIDAD	Sincrónico/Asincrónico	EVALUACIÓN	Formativa	TIEMPO	45 minutos
CONTENIDO	Funciones			CURSO	Electivo Mat.
OA	Utilizar diversas formas de representación acerca de la resultante de la composición de funciones y la existencia de la función inversa de una función dada.				
Habilidades	Resolver problemas, Modelar				
Instrucciones Generales.	Lee con atención la siguiente guía y responde las actividades planteadas.				

FUNCIONES

DIAGRAMAS SAGITALES

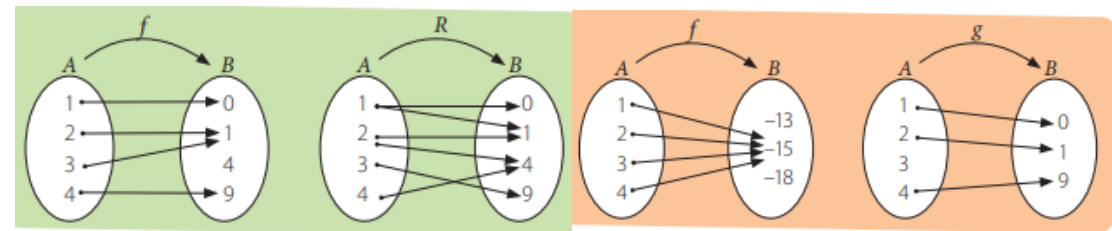
Son una forma sencilla de entender una función. Nos muestra las correspondencias entre el conjunto de salida y el conjunto de llegada.



Entonces desde el conjunto de salida  $A$  vamos al conjunto de llegada  $B$  mediante la función  $h$ . Y cada elemento de  $A$  tiene una imagen en  $B$ . Es importante destacar dos cosas. Primero, cada elemento de  $A$

Debe tener un correspondiente en  $B$ , es decir no puede sobrar ningún elemento en  $A$  pero si pueden sobrar elementos en  $B$ . Segundo en  $A$  solo puede salir una flecha de cada elemento, no pueden salir dos del mismo elemento. Pero a  $B$  pueden llegar mas de una flecha a cada elemento.

Actividad: Determina si los siguientes diagramas sagitales son funciones



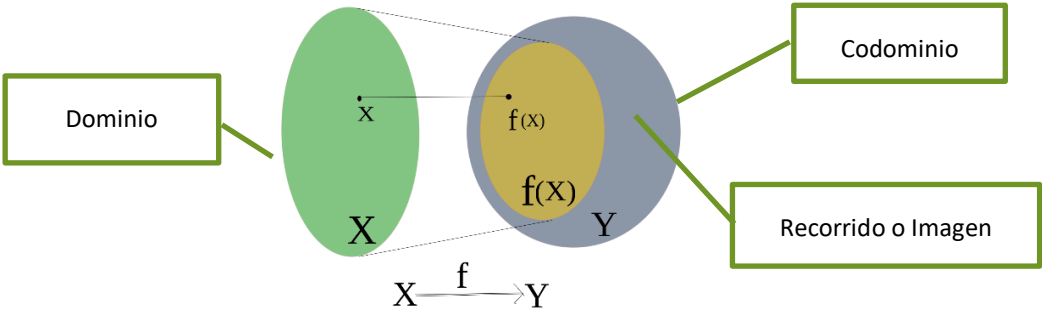
FICHA DE TRABAJO N°2

MATEMÁTICA

NOMBRE ALUMNO/A				FECHA	
MODALIDAD	Sincrónico/Asincrónico	EVALUACIÓN	Formativa	TIEMPO	90 minutos
CONTENIDO	Funciones			CURSO	Electivo Mat.
OA	Utilizar diversas formas de representación acerca de la resultante de la composición de funciones y la existencia de la función inversa de una función dada.				
Habilidades	Resolver problemas, Modelar				
Instrucciones Generales.	Lee con atención la siguiente guía y responde las actividades planteadas.				

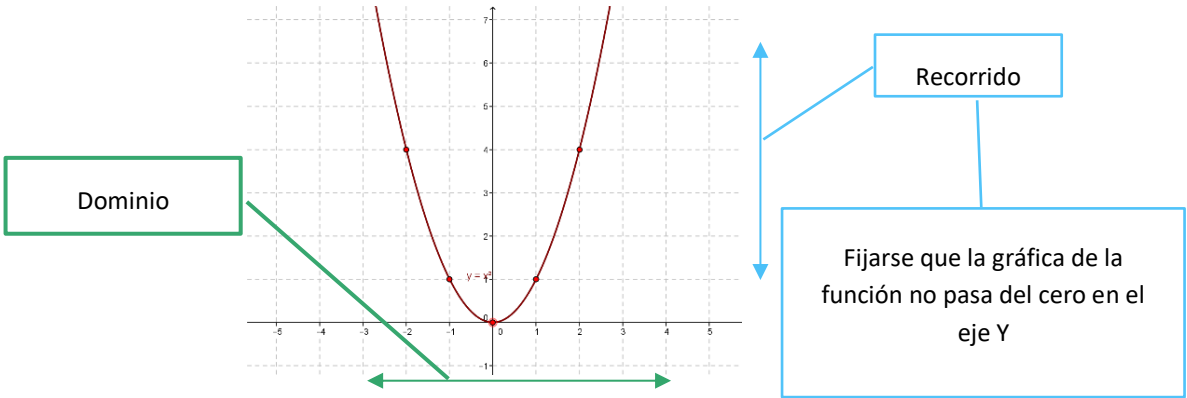
DOMINIO, CODOMINIO Y RECORRIDO

Al conjunto de salida le llamábamos Dominio, mientras que al conjunto de llegada lo llamamos codominio. Sin embargo, muchas veces una función definida entre dos conjuntos no recorre todos los elementos del codominio. A los elementos que sí recorre el dominio los llamamos Imágenes o Recorrido.

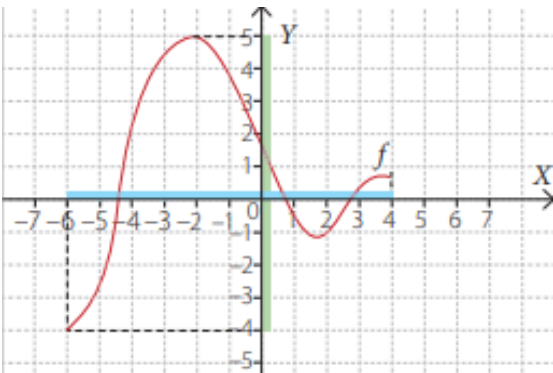


**Ejemplo:** Piensa en la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ . (Se dice función definida de los reales a los reales)

La primera parte dice que está definida desde los reales a los reales, es decir el dominio son los reales ( $dom\ f: \mathbb{R}$ ) y el codominio también son los reales ( $Codom\ f: \mathbb{R}$ ). Sin embargo, si miramos la función, podemos ver que los valores del recorrido no serán todos los reales, sino que serán solo los números positivos. (ejemplo  $f(-4) = (-4)^2 = 16$ ) Esto es mucho más sencillo cuando miramos la gráfica de la función. En el caso anterior la función cuadrática se grafica como una parábola.

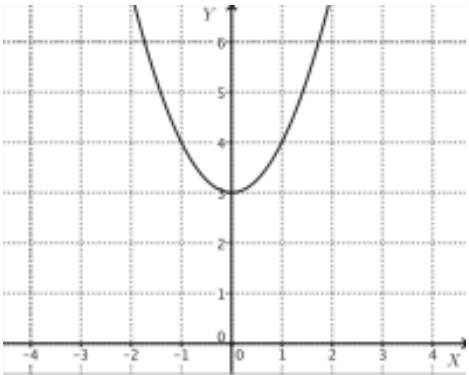


Entonces escribimos que  $dom\ f: \mathbb{R}$  y  $rec\ f: \mathbb{R}^+$  (Aunque el codominio eran los reales, el recorrido son solo los reales positivos)



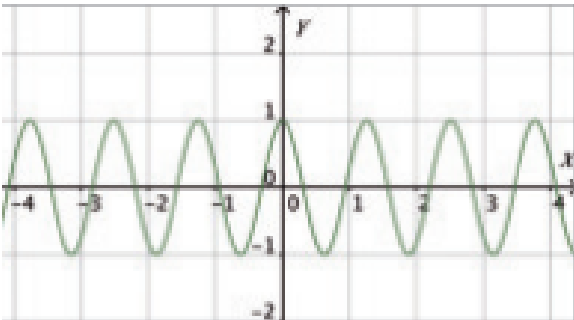
Dom:

Rec:



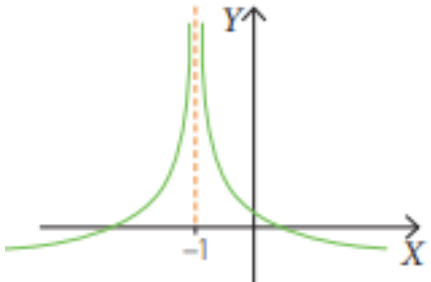
Dom:

Rec:



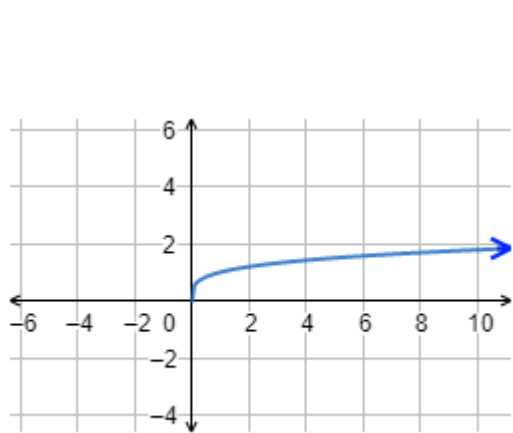
Dom:

Rec:



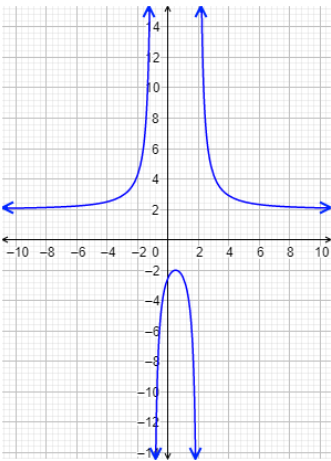
Dom:

Rec:



Dom:

Rec:



Dom:

Rec:



FICHA DE TRABAJO N°3

MATEMÁTICA

NOMBRE ALUMNO/A				FECHA	
MODALIDAD	Sincrónico/Asincrónico	EVALUACIÓN	Formativa	TIEMPO	135 minutos
CONTENIDO	Funciones			CURSO	Electivo Mat.
OA	Utilizar diversas formas de representación acerca de la resultante de la composición de funciones y la existencia de la función inversa de una función dada.				
Habilidades	Resolver problemas, Modelar				
Instrucciones Generales.	Lee con atención la siguiente guía y responde las actividades planteadas.				

ENCONTRANDO EL DOMINIO DE FORMA ALGEBRAICA

En general el dominio de una función está definido en todos los reales. Pero en algunos casos, cierto valor del dominio se indetermina.

Ejemplo:  $f(x) = \frac{4}{x}$ . Si reemplazamos la  $x$  por un cero nos queda una indeterminación por lo que  $dom f: \mathbb{R} - \{0\}$  (todos los reales a excepción del cero).

Ejemplo2:  $g(x) = \sqrt{x + 1}$ . Si recordamos las raíces están definidas para los valores mayores a cero por lo que en este caso, de indeterminará cuando el valor de  $x < -1$ . Entonces  $dom f: x \in \mathbb{R}; x \geq -1$ .

De las funciones que conocemos podemos establecer algunas en las que siempre tendremos problemas de indetermina. Cuando trabajamos con una función fraccionaria en la que la variable  $x$  esta en el numerador debemos fijarnos en los valores en la que se vuelve cero pues bajo estas condiciones se indetermina la fracción.

Ej:  $f(x) = \frac{2}{x+3}$

Para encontrarla decimos que el denominador es distinto de cero y despejamos la siguiente ecuación  $x + 3 \neq 0$

$$x + 3 \neq 0$$

$$x \neq -3$$

Por lo tanto  $dom f: \mathbb{R} - \{-3\}$

En el caso de las funciones que contengan una raíz debemos preocuparnos de que la cantidad sub radical sea siempre mayor que cero, pues si esto no sucede la raíz no tiene solución en los números reales.

Ej:  $h(x) = \sqrt{5 + x}$

Para encontrarla debemos decir que la cantidad sub radical es mayor a cero entonces tenemos la inecuación  $5 + x > 0$

$$5 + x > 0$$

$$x > -5$$

Por lo tanto  $dom g: x > -5$



Una inecuación de trabaja igual que una ecuación. Solo invertimos la desigualdad cuando pasemos un negativo multiplicando o dividiendo

En el caso de los logaritmos debemos preocuparnos de que el valor de la sea siempre mayor que cero si esto no sucede la función se indetermina.

Ej:  $g(x) = \log_3(7 - 2x)$

Al igual que la raíz nos fijamos que el argumento sea mayor que cero. Por lo tanto  $7 - 2x > 0$

$$7 - 2x > 0$$

$$-2x > -7$$

$$x < \frac{-7}{-2}$$

Fijarse que en este caso la ecuación cambió por lo que tenemos que invertir la desigualdad.

Por lo tanto  $domg: x < \frac{-7}{-2}$

Para las potencias debemos preocuparnos de los exponentes negativos, pues en esta condición la función pasa a ser una fracción lo que podría provocar indeterminaciones.

Ej:  $h(x) = (2x + 1)^{-3}$

Como el exponente es negativo damos vuelta la función y obtenemos una función fraccionaria. Resolvemos como función fraccionaria

$$h(x) = (2x + 1)^{-3}$$

$$h(x) = \frac{1}{(2x + 1)^3}$$

$$2x + 1 \neq 0$$

$$2x \neq -1$$

$$x \neq \frac{-1}{2}$$

Por lo tanto  $domh: \mathbb{R} - \left\{\frac{-1}{2}\right\}$

Donde no tendremos problemas, será con el dominio será en la función lineal, la función cuadrática, la función exponencial, y la función potencia con exponente positivo. En todos estos casos el dominio serán todos los reales. Sin embargo, tendremos cuidado cuando hablemos de composición de funciones

**Actividad: En las siguientes funciones determina encuentra el punto en que estas funciones no tiene dominio.**

a)  $f(x) = \frac{6}{2x+5}$

b)  $g(x) = \sqrt{7-3x}$

c)  $h(x) = \frac{1}{3(x+5)}$

d)  $j(x) = \log_2(x+5)$

e)  $k(x) = \frac{2}{x+7}$

f)  $t(x) = (9-7x)^{-2}$

g)  $v(x) = \frac{4x-3}{x}$

h)  $r(x) = \sqrt{5x+2}$

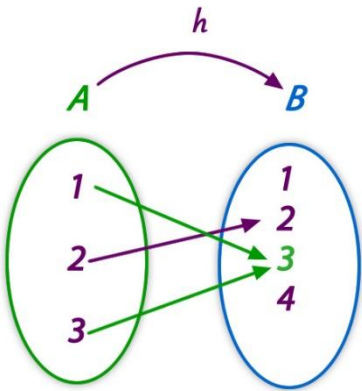
i)  $s(x) = \sqrt{\frac{x}{x+3}}$

j)  $z(x) = (5x-12)^{-7}$

FICHA DE TRABAJO N°4					
MATEMÁTICA					
NOMBRE ALUMNO/A				FECHA	
MODALIDAD	Asincrónico	EVALUACIÓN	Formativa	TIEMPO	135 minutos
CONTENIDO	Funciones			CURSO	Electivo Mat.
OA	Utilizar diversas formas de representación acerca de la resultante de la composición de funciones y la existencia de la función inversa de una función dada.				
Habilidades	Resolver problemas, Modelar				
Instrucciones Generales.	Lee con atención la siguiente guía y responde las actividades planteadas.				

## FUNCIÓN INYECTIVA

Cuando vimos el diagrama sagital del principio, establecimos algunas condiciones que debía pasar en el dominio para que la función estuviera definida. Pero nos dios cuenta que este tipo de situaciones si pueden pasar en el codominio.

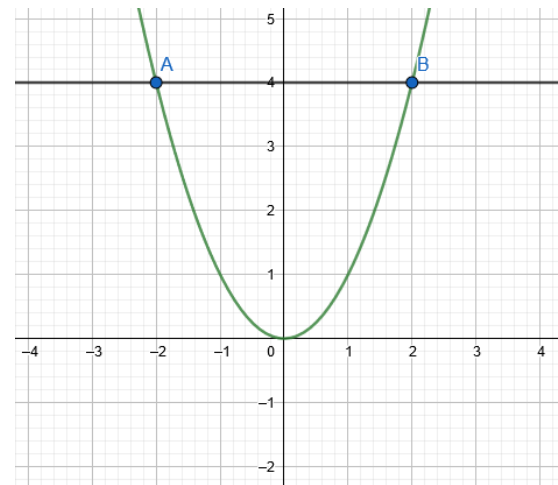


Si una función es inyectiva, **cada elemento recorrido está relacionado con un solo elemento del dominio** (por eso se conoce también como 1-1), es decir, no puede haber dos flechas que lleguen al mismo número. **Por definición se cumple que  $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ .** Si nos fijamos en el 3, podemos darnos cuenta de que hay dos elementos de A que se relacionan con el 3, es decir  $h(2) = h(3)$  pero no se cumple que  $2 = 3$ . Cuando pasa esto decimos que la función no es inyectiva.

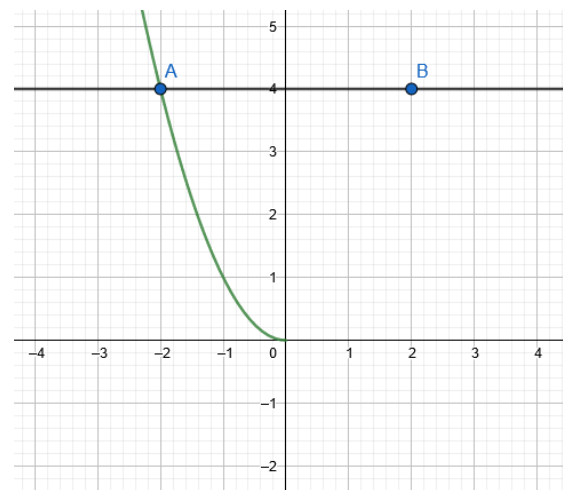
Pese a que esta función no es inyectiva, se podría volver inyectiva eliminando un elemento del dominio. Podemos hacerlo al azar, pues eliminando el 2 o el 3 en el conjunto A ya no tendremos problemas de

infectividad.

Si revisamos la función  $f(x) = x^2$  cuadrática nos daremos cuenta no es inyectiva, pues si evaluamos dos valores distintos obtendremos el mismo resultado (si evaluás  $f(1) = f(-1)$  obtendremos 1 por lo tanto no es 1-1). Gráficamente se pues observar que cuando dibujamos una línea horizontal, la línea corta en 2 puntos. Eso nos deja claro que en este lugar la función no es inyectiva, pero también nos permite entender que basta que eliminemos parte del dominio con el que tenemos problemas de infectividad.



Esta función está definida  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

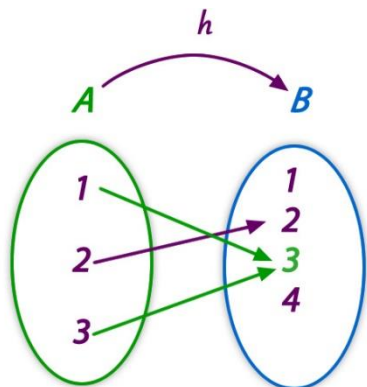


Esta función está definida  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

Entonces tenemos varias maneras para ver si una función es inyectiva o no. Podemos ver su gráfica, el diagrama sagital o utilizar la definición y encontrar dos términos que cumplan con la inyectividad.

## FUNCIÓN SOBREYECTIVA

En la sobreyectividad miramos otro aspecto de una función que tiene que ver con los elementos sobrantes del codominio.



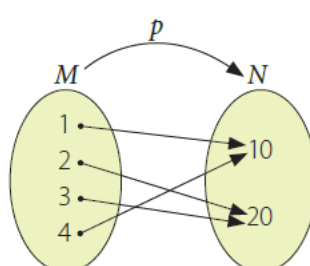
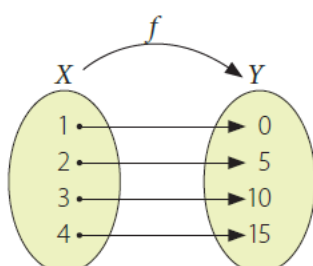
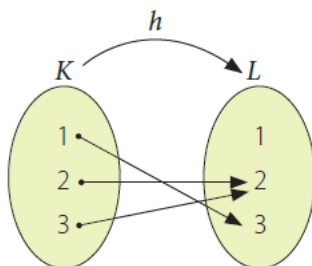
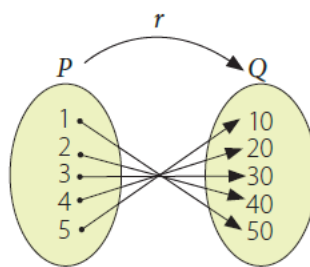
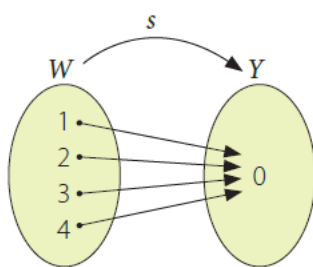
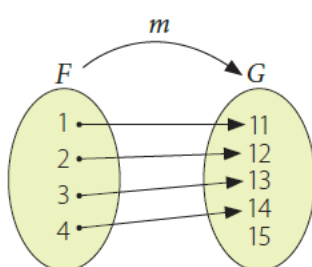
Decimos que **una función es sobreyectiva cuando  $\text{Rec } f = \text{Codom } f$**  o en palabras simples cuando no sobra ningún elemento en el codominio

Podemos observar en el ejemplo de la guía anterior que el recorrido de la función era menor al codominio de la función o que sobraban elementos del codominio. Lo que significa que no es sobreyectiva. Aunque basta con que eliminemos el 1 y el 4 del segundo conjunto para no tener problemas de sobreyectividad

Lo mismo pasa con la función cuadrática  $f(x) = x^2$ , pues ya sabemos que nunca tomará valores negativos, por lo que, aunque el codominio son todos los reales, el recorrido son solo los reales positivos. Por si redefinimos la función no tendremos problemas con la sobreyectividad. En este caso la función  $f(x) = x^2$  no es sobreyectiva cuando esta definida en  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  pero si lo es cuando está definida  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

Cuando la función es inyectiva y sobreyectiva se dice que la función es **Biyectiva**.

**Actividad: Determina si las siguientes funciones son inyectivas, sobreyectivas y biyectivas**



En el conjunto  $A = \{1, 2, 3\}$  y  $B = \{5, 25, 125, 625\}$  y se define la función  $f: A \rightarrow B$  definida por  $f(x) = 5^x$  para  $x \in A$ . Dibuja el diagrama sagital y determina si es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva.

Usando un programa (como Geogebra) grafica las siguientes funciones y determina si son inyectivas o sobreyectivas.

- $f(x) = (x - 2)^2 - x^2$
- $h(x) = 3(x - 2)^5$
- $g(x) = 5^x$
- $k(x) = \log(x - 4)$
- $l(x) = 3x + 5$