

FICHA DE TRABAJO N°21					
MATEMÁTICA					
NOMBRE ALUMNO/A				FECHA	
MODALIDAD	Asincrónico	EVALUACIÓN	Formativa	TIEMPO	135 minutos
CONTENIDO	Funciones			CURSO	Electivo Mat.
OA	Argumentar acerca de la existencia de límites de funciones en el infinito y en un punto para determinar convergencia y continuidad en contextos matemáticos, de las ciencias y de la vida diaria, en forma manuscrita y utilizando herramientas tecnológicas digitales.				
Habilidades	Resolver problemas, Modelar				
Instrucciones Generales.	Lee con atención la siguiente guía y responde las actividades planteadas.				

LIMITES EN FUNCIONES

Hasta el momento ya hemos estudiado el concepto de limite en las sucesiones cuando el valor de esta tiende al infinito. Sin embargo, no todos los limites deben tender al infinito, y no es necesario que sea solamente de sucesiones, sino que puede aplicarse a funciones.

Ejemplo: $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3) = 7$

Pues a medida que el valor de x se acerca a 2 entonces el resultado de la función se acerca a 7.

Es importante que, aunque en este caso el resultado puede obtenerse reemplazando, no siempre se logra de esa manera.

LIMITES LATERALES

El concepto de limite es más relevante cuando vemos que acercarnos a una función puede ser distinto dependiendo desde donde lo hagamos.

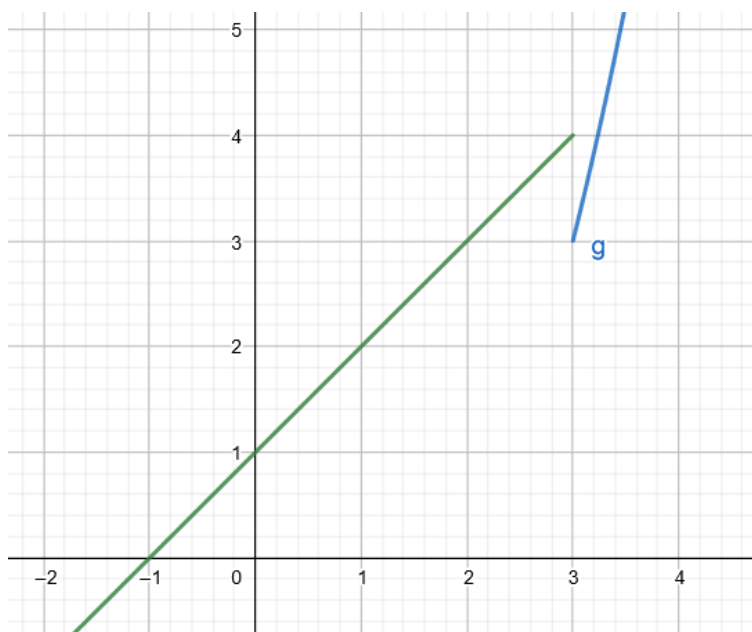
Ejemplo: Se define la función.

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \leq 3 \\ x^2 + 2x & > 3 \end{cases}$$

Encuentre: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

Si graficamos la función en GeoGebra, podemos darnos cuenta de que pasa al acercarnos a 3 surgen algunos problemas.

Si nos acercamos por la izquierda el límite sería 4, mientras que si nos acercamos por la izquierda el límite sería 3.



Algebraicamente se dice que $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 4$ (al acercarse a tres por la izquierda el límite es 4) mientras que $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 3$ (al acercarse a tres por la derecha el límite es 3). Cuando los límites laterales no coinciden, decimos que el límite no existe.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$$

Entonces:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Actividad 1: Calcula los siguientes límites, y en los casos que corresponda determina si existe o no el límite de la función.

a) $\lim_{x \rightarrow 5} x + 6$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} 3x^3 + 4x - 1$

c) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{6x+8}{x^2-8}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5-7x+4}{-x^3+10x+6}$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2+6x-16}$

f) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2-(a+1)x+a}{x^2-a^2}$

Actividad 2: Realiza las siguientes actividades.

g) Si $f(x) = \begin{cases} 24 - 4x, & x \geq 3 \\ x^2 + 3 & x < 3 \end{cases}$ Calcule $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

h) Grafica la función $h(x) = \frac{|x|}{x}$ y determina $\lim_{x \rightarrow 2} h(x)$.

FICHA DE TRABAJO N°22

MATEMÁTICA

NOMBRE ALUMNO/A				FECHA	
MODALIDAD	Asincrónico	EVALUACIÓN	Formativa	TIEMPO	135 minutos
CONTENIDO	Funciones			CURSO	Electivo Mat.
OA	Argumentar acerca de la existencia de límites de funciones en el infinito y en un punto para determinar convergencia y continuidad en contextos matemáticos, de las ciencias y de la vida diaria, en forma manuscrita y utilizando herramientas tecnológicas digitales.				
Habilidades	Resolver problemas, Modelar				
Instrucciones Generales.	Lee con atención la siguiente guía y responde las actividades planteadas.				

LÍMITE DE FUNCIONES

Para calcular límites de funciones podemos usar las mismas características de los límites de sucesiones para calcularlas.

Actividad: *Calcula los siguientes limites usando las propiedades del límite.*

- a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x + 4} - 3}{x - 5}$
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 4}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 5} x\sqrt{x + 1} - x$
- e) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$
- f) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 16}{\sqrt{x} + 4}$
- g) $\lim_{t \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{t - 2}}{\frac{1}{4t - 8}}$
- h) $\lim_{w \rightarrow 5} \frac{w^2 - 4w - 5}{w^2 + 7w + 10}$
- i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3}{x^2 - 1}$
- j) $\lim_{x \rightarrow \infty} 3^x \cdot x$

FICHA DE TRABAJO N°21

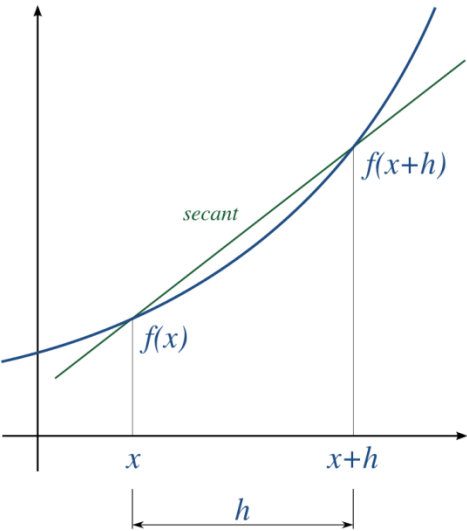
MATEMÁTICA

NOMBRE ALUMNO/A				FECHA	
MODALIDAD	Asincrónico	EVALUACIÓN	Formativa	TIEMPO	135 minutos
CONTENIDO	Funciones			CURSO	Electivo Mat.
OA	Argumentar acerca de la existencia de límites de funciones en el infinito y en un punto para determinar convergencia y continuidad en contextos matemáticos, de las ciencias y de la vida diaria, en forma manuscrita y utilizando herramientas tecnológicas digitales.				
Habilidades	Resolver problemas, Modelar				
Instrucciones Generales.	Lee con atención la siguiente guía y responde las actividades planteadas.				

DERIVADA

El concepto de derivada es el primer paso del cálculo infinitesimal. Como ya hemos estudiado, las funciones pueden modelar una situación real. Es de esta manera que la derivada se vuelve una herramienta para poder estudiar mejor estos fenómenos.

La derivada busca medir la razón de cambio de una función en un punto dado. Para esto se busca la recta tangente en ese punto. Por lo que es útil usar el concepto de limite. (en clase se explicará mejor como surge esto.



La imagen nos ayuda a entender cómo se construye una recta secante que pasa por dos puntos. Y luego se busca que h se lo mas pequeño posible para encontrar la pendiente de la recta tangente que se formará.

Definición:

Sea $f(x)$ una función continua, entonces la derivada de $f(x)$ es:

$$f'(x) = \frac{df}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Veamos un ejemplo:

Sea la función $f(x) = x^2 + 2x$. Encuentre la derivada de la función.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Reemplazamos x y $x + \Delta_x$ en la función.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 + 2(x+h) - (x^2 + 2x)}{h}$$

Resolvemos

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 2x + 2h - x^2 - 2x}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 + 2h}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h + 2)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} (2x + h + 2)$$

Finalmente resolvemos el límite

$$f'(x) = 2x + 2$$

Con lo que obtenemos la derivada.

Esta nueva función es una función que nos permitirá saber la pendiente en cualquier punto de la función. Por ejemplo:

¿Cuál es la pendiente de la función $f(x) = x^2 + 2x$ en el punto $x = 4$?

Bastaría con evaluar 4 en la derivada de la función $f'(x)$.

$$f'(4) = 2 \cdot 4 + 2$$

$$f'(4) = 10$$

Por lo tanto, la pendiente cuando $x = 4$ es 10 en esta función

Actividad 1: calcula las siguientes derivadas usando límites.

$$f(x) = 3x + 6$$

$$f(x) = -2x^2 + 3$$

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 4$$

Actividad 2: Determina la pendiente de la recta tangente a la función en el punto solicitado.

$$f(x) = -2x + 1, x = 3$$

$$f(x) = x^2 + 5, x = 3$$

$$f(x) = -2x^2 - 2x - 1, x = 1$$

Actividad 3: Encuentra la derivada de las siguientes funciones y contesta la pregunta planteada

$$f(x) = x$$

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = x^3$$

$$f(x) = x^4$$

- a) Según lo visto en los ejercicios anteriores, ¿Cuál es la derivada de x^9 ?
- b) A partir de lo anterior ¿Cuál será la derivada de x^n ?